

La detecció d'errors

lloc: [Aules Virtuals Cicles Formatius - Institut Narcís Xifra i Masmitjà](#)
Curs: Comunicacions industrials
Llibre: La detecció d'errors

Imprès per: Jaume Teixidor Corominas
Data: dimarts, 14 d'octubre 2025, 16:39

Descripció

En tot enllaç de dades es produeixen errors en la comunicació. Aquestes errades cal detectar-les i corregir-les, essent el control d'errors una de les tasques associades al control de l'enllaç conjuntament amb el control del flux.

Taula de continguts

1. Introducció

- 1.1. Paraula de codi. Distància de Hamming.
- 1.2. Mètodes de detecció

2. Detecció d'error per paritat

3. Verificació de suma de bloc

4. Verificació de redundància cíclica. Els codis polinomials.

- 4.1. Exemples de polinomis generadors

En la transmissió de dades és usual que les línies de transmissió es trobin dins un entorn que provoca canvis en els senyals que s'usen per a transmetre la informació. Com les trames que constitueixen el conjunt de la informació que es transmet poden tenir una combinació de bits arbitrària, si hi ha bits erronis en la trama, la nova combinació també és possible, per la qual cosa cal afegir bits suplementaris per tal de detectar l'error.

Així, per tal d'assegurar la integritat de la informació transmesa, cal que el transmissor i el receptor hagin acordat prèviament quin sistema empraran en la comunicació per a detectar si s'ha produït algun error en la transmissió, amb l'objectiu comú de poder-lo corregir entre ambdós.

La detecció d'errors forma part d'un concepte més ampli: **el control d'errors**. N'existeixen dues classes:

- **El control d'errors cap endavant:** en aquest cas, cada caràcter o trama que es transmet conté informació que permet no solament detectar l'error sinó que també es pot saber on s'ha produït, amb la qual cosa es pot corregir.
- **El control d'errors per retroalimentació:** es coneix que s'ha produït una errada però no on s'ha produït, amb la qual cosa cal tornar a enviar la informació errònia.

El segon dels sistemes és el més emprat, ja que és més senzill d'implementar i no exigeix tanta informació a transmetre. En aquest sentit, cal indicar que els bits extres que s'inclouen per a detectar l'error sempre afegeixen redundància a la informació que es transmet.

En el control d'errors per retroalimentació es distingeixen dos aspectes:

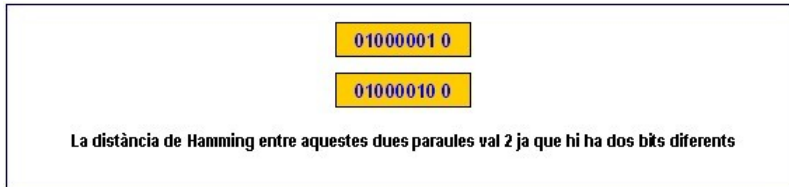
- **com es detecta l'error?**
- **com es controla la retransmissió?**

En els apartats que segueixen es tractarà la primera qüestió. La segona, conjuntament amb el control del flux, és una de les tasques encarregades a l'enllaç de dades.

Si la mida de la informació que volem protegir és igual a P bits i el nombre de bits que afegim per a detectar l'error és Q , la transformació que es realitza per a obtenir els $P+Q$ bits a partir dels P bits a transmetre és el **mètode** que ens permet detectar l'error. La nova combinació obtinguda - $P+Q$ - s'anomena **paraula de codi**.

Com el nombre de paraules de codi vàlides és igual a 2^P , mentre que el nombre possible de paraules de codi és de 2^{P+Q} , es detectarà un error sempre que s'origini una paraula de codi no vàlida. En canvi, si els bits transmesos canvien -és a dir, hi ha error- però el receptor rep una paraula de codi vàlida, no es detectarà l'errada.

Es defineix la **distància de Hamming entre dues paraules de codi** com la quantitat de bits diferents que hi ha entre aquestes dues paraules.



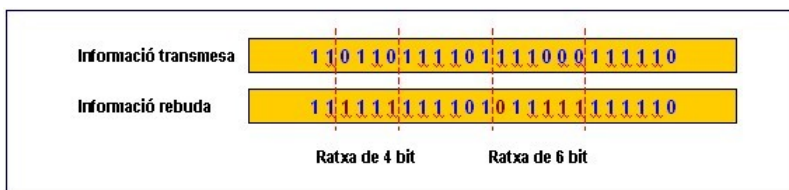
La **distància de Hamming d'un codi** és la distància més petita que hi ha entre dues paraules de codi vàlides.

Sempre que el nombre de bits erronis en una transmissió sigui inferior a la distància de Hamming del codi, l'error es detectarà.

Normalment, a l'hora de mesurar la robustesa d'un mètode de detecció d'errors es consideren tres paràmetres:

- La distància de Hamming del codi
- La capacitat per a detectar ratxes d'error
- La probabilitat que una combinació no vàlida sigui acceptada com a paraula vàlida

Una ràfega d'error es produeix quan els errors no es produeixen en bits aïllats sinó que afecten a una sèrie de bits consecutius. Es defineix la **ratxa d'error** com el número de bits que hi ha entre el primer bit erroni i l'últim, ambdós inclosos, sempre i quan apareguin tot seguit un nombre de bits correctes superior a la longitud de la ràfega. La figura il·lustra aquest fet.



En els següents apartats veurem el principi de tres mètodes detectors d'errors:

- **Control per bit de paritat.**
- **Control per verificació de suma de bloc:** LRC -Longitudinal Redundancy Check- i BCC -Block Check Character.
- **Control per verificació de redundància cíclica. Codis polinomials:** CRC -Cyclic Redundancy Check- i FCS -Frame Check Sequence.

El control de la paritat és el mètode més senzill. Tot i que, com es veurà posteriorment, la base del concepte s'aplica també en d'altres mètodes, s'utilitza sobretot per a detectar errors en la transmissió de caràcters, tant en transmissió asíncrona com en síncrona orientada a caràcters. **Consisteix en afegir, per part del transmissor, un bit addicional al final de la transmissió de cada caràcter.** Aquest bit s'anomena **bit de paritat** i **es calcula a partir del valor dels altres bits**. En rebre la paraula de codi -caràcter+bit de paritat-, el receptor calcula de nou el bit de paritat i, si hi ha coincidència, dóna el caràcter rebut com a correcte.

El bit de paritat es determina fent-lo segons convingui igual a u o a zero, de forma que el nombre total de uns segueixi una determinada línia:

- Si es treballa amb paritat **parella -even-**, el bit de paritat ha de ser parell.
- Quan és imparell, es diu que es treballa amb paritat **senar o imparella -odd-**.
- Cal dir que a vegades aquest bit es fixa a 1 **-mark-** o a 0 **-space-**.

En els dos primers casos, per a calcular el bit de paritat d'un caràcter, el sistema fa la funció or-exclusiva entre tots els bits que formen el caràcter. El resultat del càlcul -si es treballa amb paritat parella- o el seu invers -si s'opera amb paritat senar- s'afegeix com a darrer bit en la transmissió del caràcter.

Es transmet 'A'

Paritat parella	01000001 0	Paritat senar	01000001 1
-----------------	-------------------	---------------	-------------------

Tal com es pot comprovar en la figura adjunta, la distància de Hamming mínima entre dues paraules de codi vàlides és igual a 2, per la qual cosa, el mètode permet detectar errors que es produeixen en un únic bit. Cal indicar, també, que es detecten tots els errors en un nombre senar de bits, però no es detecta l'error quan afecta un nombre parell de bits.

Treballant amb paritat parella

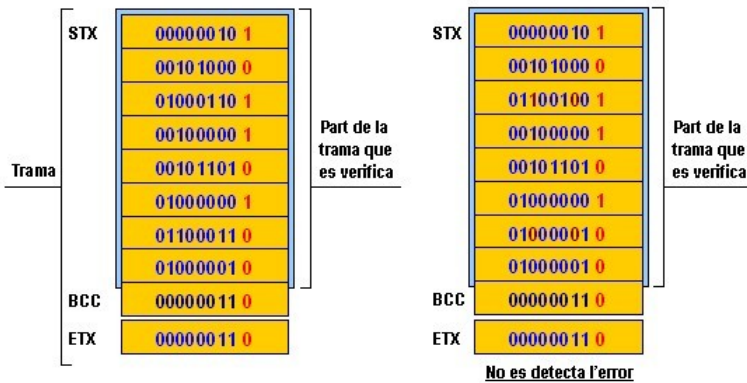
01000001 0	Es transmet	01000001 0
01000010 0	Es rep	01000000 0
01000011 1		<u>Es detecta l'error</u>
01000100 0		
01000101 1	Es transmet	01000001 0
01000110 1	Es rep	01000010 0
Paraules correctes		<u>No es detecta l'error</u>

El mètode de control de la paritat presenta, a més, les següents característiques:

- La seva capacitat de detecció de ratxes és igual a 1: no detecta dos bits consecutius erronis.
- La probabilitat d'acceptar com a vàlida una paraula que no ho és val 0,5; amb la qual cosa, probablement només es detectarà la meitat dels errors.

Quan es transmet un bloc de caràcters es pot millorar la capacitat de detectar un error si es fa un càlcul relacionat amb el contingut de tot el bloc.

Una de les possibilitats que s'utilitza és calcular, a més de la paritat transversal, la paritat longitudinal o de la columna -LRC. La figura adjunta il·lustra aquest fet.



S'obté així l'anomenat **caràcter de comprovació de bloc -BCC**, Block Check Character-, que es transmet al final del missatge, normalment abans del caràcter que encapsula el final de la trama. Quan la paritat longitudinal es fixa de forma que ha de resultar parella, el que cal fer per a calcular-lo no és res més que la suma en mòdul 2 dels caràcters que intervenen en el càlcul, la qual cosa es fa mitjançant l'aplicació de la funció or-exclusiva bit a bit als esmentats caràcters.

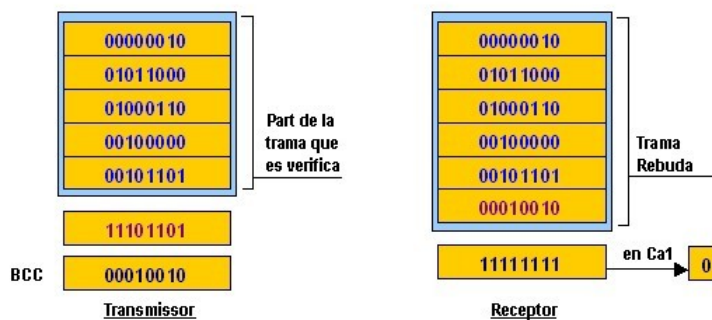
El mètode permet detectar dos errors de bit en la mateixa fila gràcies a la paritat vertical, però, com es pot comprovar en la part dreta de la figura, el mètode no detecta aquests dos errors si també se'n produeixen dos més en una altra fila i afecten a les mateixes columnes. Naturalment, la probabilitat de produir-se aquest fet és més baixa que la probabilitat d'esdevenir dos bits erronis en una mateixa fila, per la qual cosa el mètode representa un avanç respecte al basat només en la paritat.

El mètode presenta les següents característiques:

- La distància de Hamming és igual a 4
- La seva capacitat de detecció de ratxes és igual a 1: no detecta dos bits consecutius erronis.
- La probabilitat d'acceptar com a vàlida una paraula que no ho és val:

$$\frac{1}{2^{\text{long_fila} + \text{long_columna} + 1}}$$

La figura mostra una variant del mètode. En aquest cas, el BCC es calcula sumant en complement a 1 els codis dels caràcters que constitueixen la part de la trama a verificar, i invertint el resultat obtingut.



El receptor, en rebre la trama, suma també en complement a 1 el seu contingut. Si no hi ha hagut errades, el resultat obtingut ha de ser el número 0. Qualsevol altre resultat indica que la trama conté bits erronis.

Els mètodes de detecció d'errors esmentats en els apartats anteriors són adequats quan la transmissió és orientada a caràcters. Quan la transmissió és orientada a bits, s'usa el mètode basat en l'obtenció de l'anomenat **codi de verificació de redundància cíclica -CRC**, Cyclic Redundancy Check-. En aquest cas es parla, també, de **codis polinomials**. Naturalment, també es pot aplicar el mètode en una transmissió orientada a caràcters.

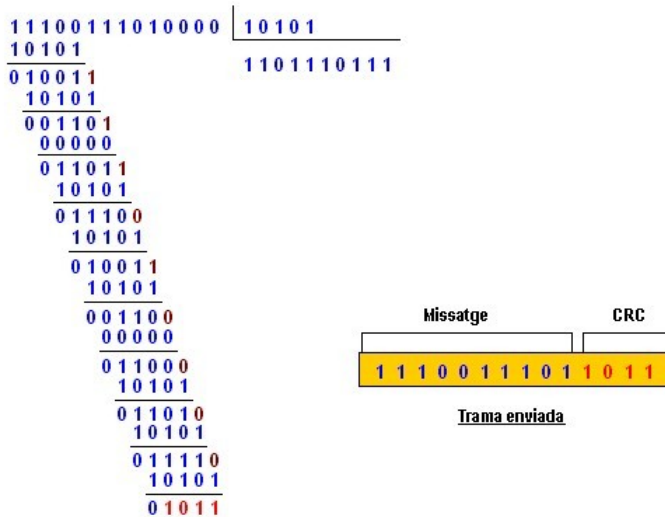
Es tracta de generar, per a cada trama transmesa, una sèrie de bits de verificació que s'afegeixen al final de la trama. Posteriorment, el receptor opera amb la informació rebuda i si no obté el resultat esperat dedueix que s'ha produït un error. Els bits obtinguts són el CRC i, també, reben el nom de **seqüència de verificació de trama -FCS**, Frame Check Sequence.

El mètode es basa en realitzar una sèrie d'operacions en mòdul 2 que es descriuen i es fonamenten tot seguit:

- Suposem que **M** és el missatge de **k** bits que es vol transmetre i es desitja afegir-li un CRC de **n** bits (*n* ha de ser més petit que *k*). Considerem, com a exemple, $M = 1110011101$.
- Prèviament, els interlocutors s'han d'haver posat d'acord en una seqüència de **n+1** bits, que constitueix l'anomenat **polinomi generador G**. En el nostre exemple, $G = 10101$. Es sol indicar, normalment -i d'aquí el nom-, en la forma : x^4+x^2+1 .
- Per a generar el CRC es fa la següent operació en mòdul 2:

$$\frac{M \times 2^n}{G} = Q + \frac{R}{G}$$

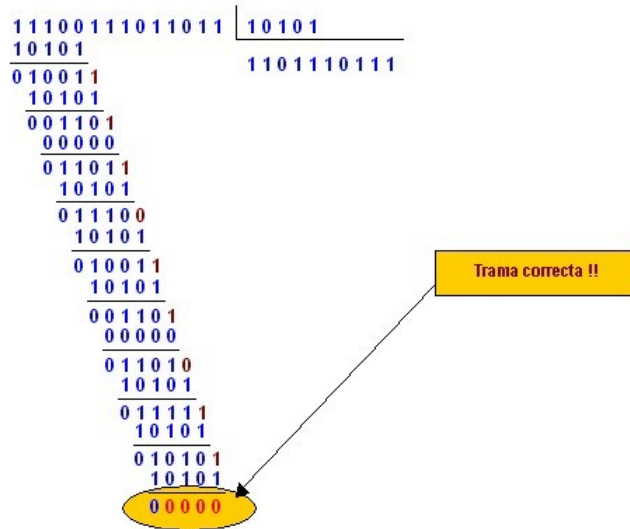
- D'aquesta operació, el que realment interessa és el residu **R**, que constitueix el CRC que s'afegeix al missatge.



- S'acaba enviant, per tant, $M \times 2^n + R$. En el nostre exemple, 11100111011011 .
- Quan el receptor rep la trama, calcula:

$$\frac{M \times 2^n + R}{G} = Q + \frac{R}{G} + \frac{R}{G}$$

- Si la trama no conté cap bit erroni, el residu obtingut d'aquesta operació és zero, ja que en aritmètica en mòdul 2 la suma de dues dades iguals és nul·la, és a dir: $R/G + R/G = 0$.



El mètode presenta les següents característiques:

- La distància de Hamming és més gran o igual a 4.
- La seva capacitat de detecció de ratxes és igual al nombre de bits del CRC.
- Si aquest nombre és n , la probabilitat d'acceptar com a vàlida una paraula que no ho és val 2^{-n} .

Cal indicar també el següent, si el polinomi generador és de grau n :

- Es detecten tots els errors d'un bit.
- Tots els de dos bits si el polinomi generador té, almenys, tres 1.
- Tots els errors en un nombre imparell de bits.
- Totes les ratxes de longitud inferior a n .
- Gairebé totes les de longitud igual o superior.

Alguns dels polinomis més emprats són:

- En xarxes d'àrea local -LAN-:
 - l'anomenat **CRC-32-IEEE 802.3**: $x^{32} + x^{26} + x^{23} + x^{22} + x^{16} + x^{12} + x^{11} + x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + x + 1$
- En xarxes d'àrea estesa -WAN-:
 - **CRC-16-IBM**: $x^{16} + x^{15} + x^2 + 1$
 - **CRC-CCITT**: $x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$